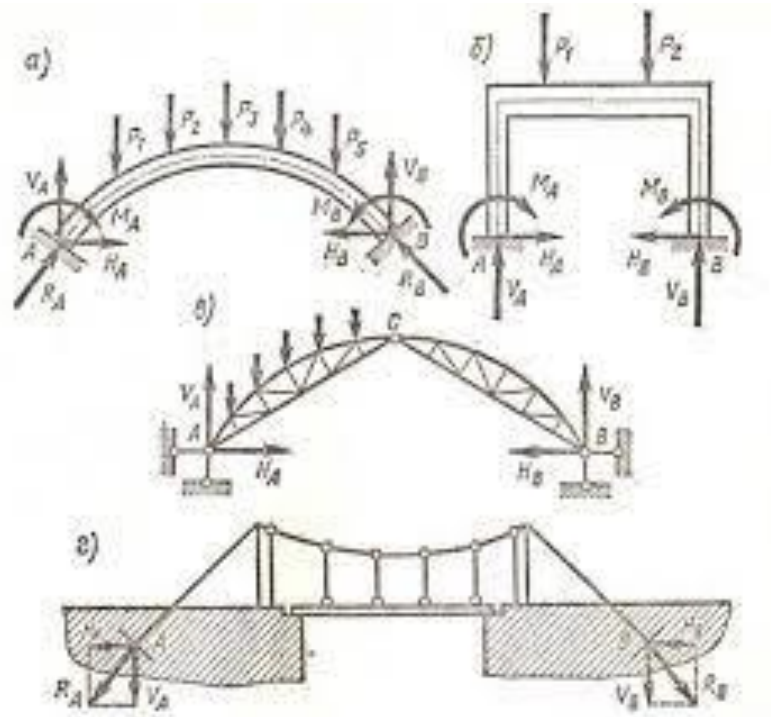


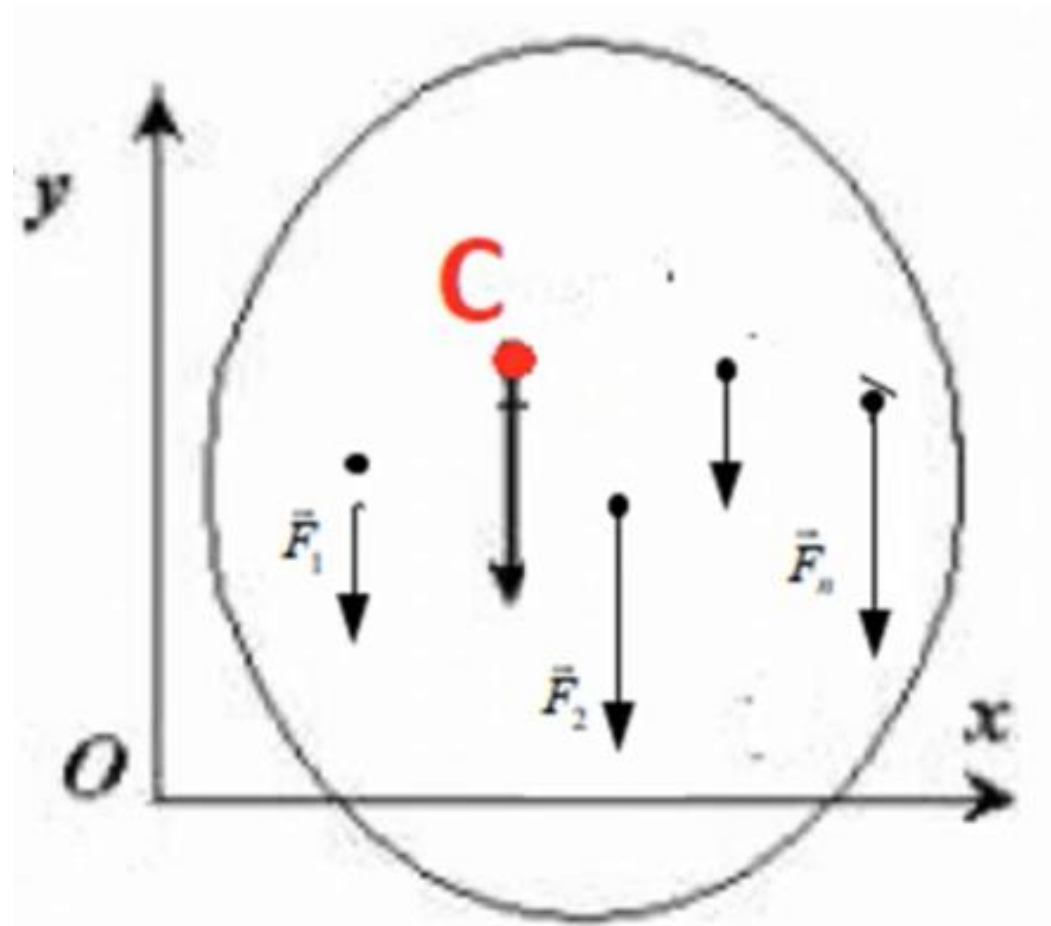
Центр ваги тіла

та

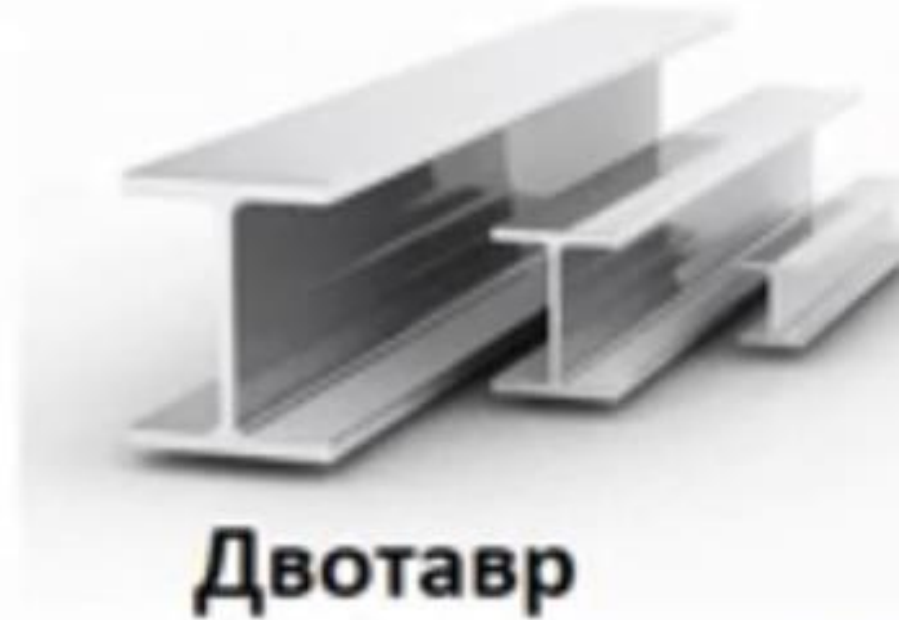
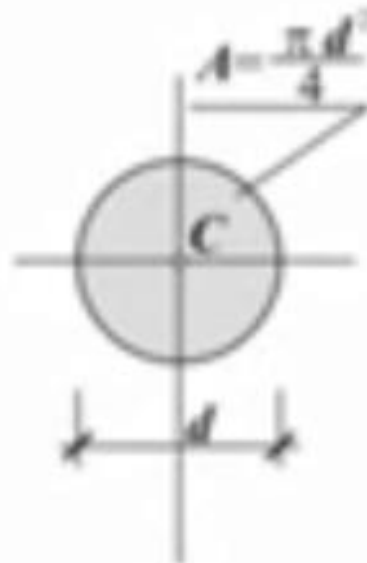
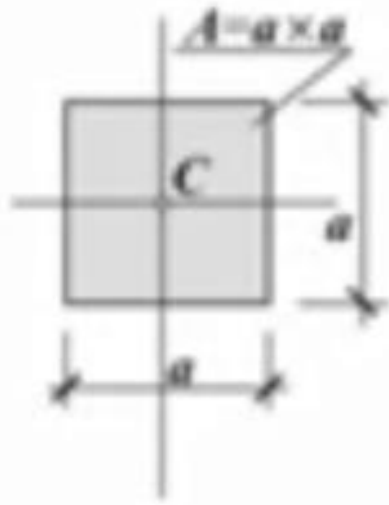
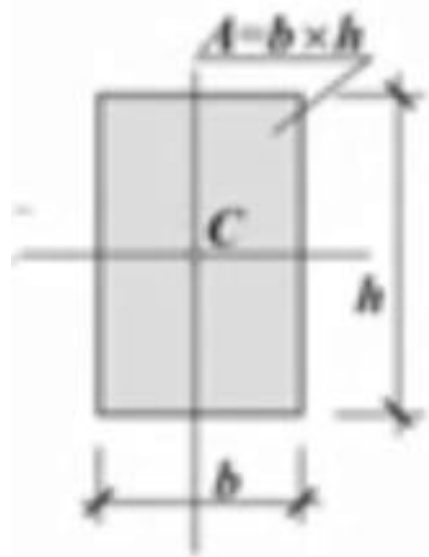
стійкість рівноваги



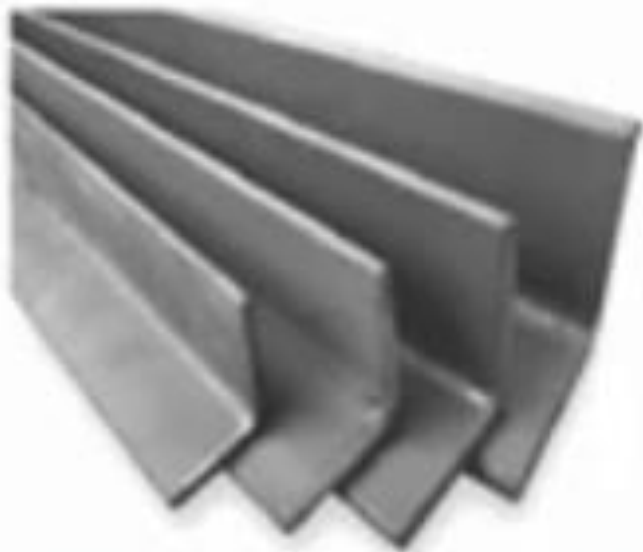
Центр ваги- центр паралельних сил тяжіння усіх елементарних частинок тіла



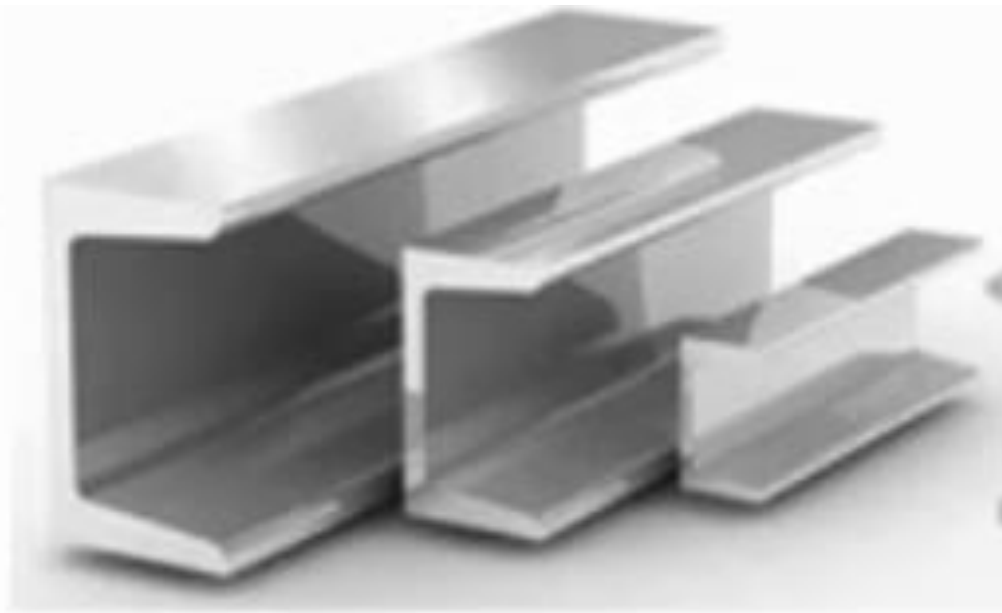
Якщо однорідне тіло, має вісь симетрії, то центр ваги лежить на цій осі;
якщо однорідне тіло має дві осі симетрії, то його центр ваги лежить у точці їх перетину



Центр ваги – геометрична точка, яка може лежати й за межами тіла (наприклад, кільце, цилінтр з отвором, кутики, швелер)



Кутики рівнобікі



Швелер

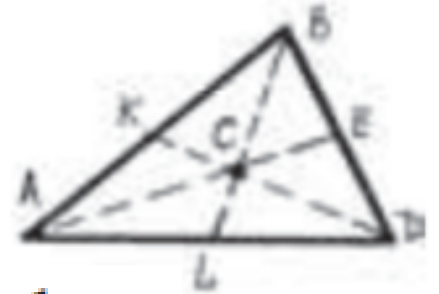


Центр ваги ліній, площ і об'ємів

1. Центр тяжіння площі трикутника лежить в точці перетину його медіан.

Як відомо із геометрії

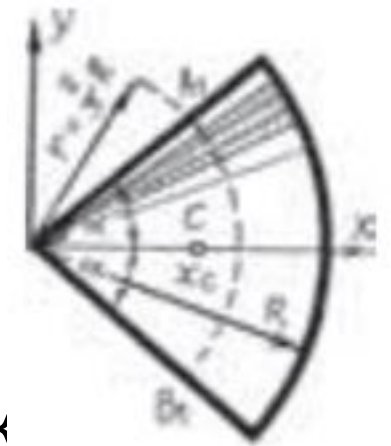
$$CL = \frac{1}{3}BL; CE = \frac{1}{3}AE; CK = \frac{1}{3}DK$$



2. Центр тяжіння площі кругового сектора.

Розглянемо круговий сектор радіуса R з центральним кутом 2α

Розіб'ємо площу сектора на елементарні плоскі трикутники. Центри тяжіння цих трикутників лежать на дузі A_1B_1 , радіус якої $r = 2R/3$.



$$x_c = \frac{r \sin \alpha}{\alpha} = \frac{2R \sin \alpha}{3\alpha}$$

$$\text{Для півкола } (\alpha = \frac{\pi}{2}) \quad x_c = \frac{4R}{3\pi}$$

Центр ваги ліній, площ і об'ємів

3. Центр тяжіння об'єму однорідної призми, циліндра. Центр тяжіння S однорідної призми (циліндра) знаходиться в середині відрізка, що з'єднує центри тяжінь верхньої і нижньої основ призми (циліндра).

4. Центр тяжіння об'єму піраміди, конуса. Центр тяжіння об'єму піраміди або конуса лежить на відрізку, що з'єднує вершину з центром тяжіння основи, на відстані одної четвертої висоти піраміди (конуса) від площі основи, або $Z_c = \frac{3}{4}h$, якщо відстань рахувати від вершини.

5. Центр тяжіння об'єму півкулі. Центр тяжіння об'єму півкулі лежить на осі симетрії $Z_c = \frac{3}{8}R$, де R – радіус півкулі.

Координата Z_c відраховується від діаметральної площини півкулі.

Розрахунок плоских ферм

Фермою називається геометрично незмінна конструкція, яка складається з прямолінійних брусів, з'єднаних між собою шарнірами, і служить для сприйняття зовнішніх навантажень і передачі їх на опори.

Якщо зовнішні сили прикладені тільки до шарнірів, то ферма називається **стержневою**, а її бруси – **стержнями**.

Якщо зовнішні сили прикладені не тільки до шарнірів, а і до точок самих стержнів, то така ферма називається **балочною**, а бруси її – **балками**.

Балки балочної ферми крім розтягу – стиску зазнають ще і згин.

Плоскою називається ферма, бруси якої розміщені в одній площині. Ми будемо розглядати тільки плоскі стержневі ферми.

Точка, де стержні з'єднуються шарнірами, називається **вузлом**

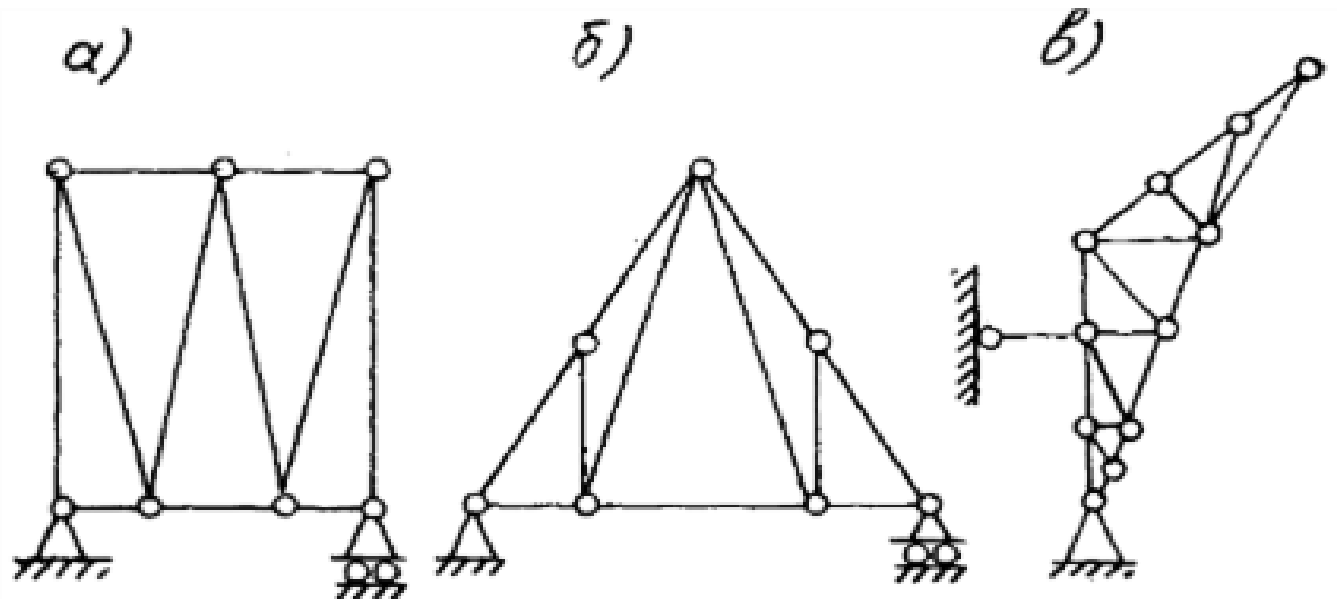
Ферми

Область застосування таких конструкцій надзвичайно різноманітна. За своїм призначенням ферми поділяють на:

1. Мостові ферми (рис. а). використовуються при будівництві мостів.

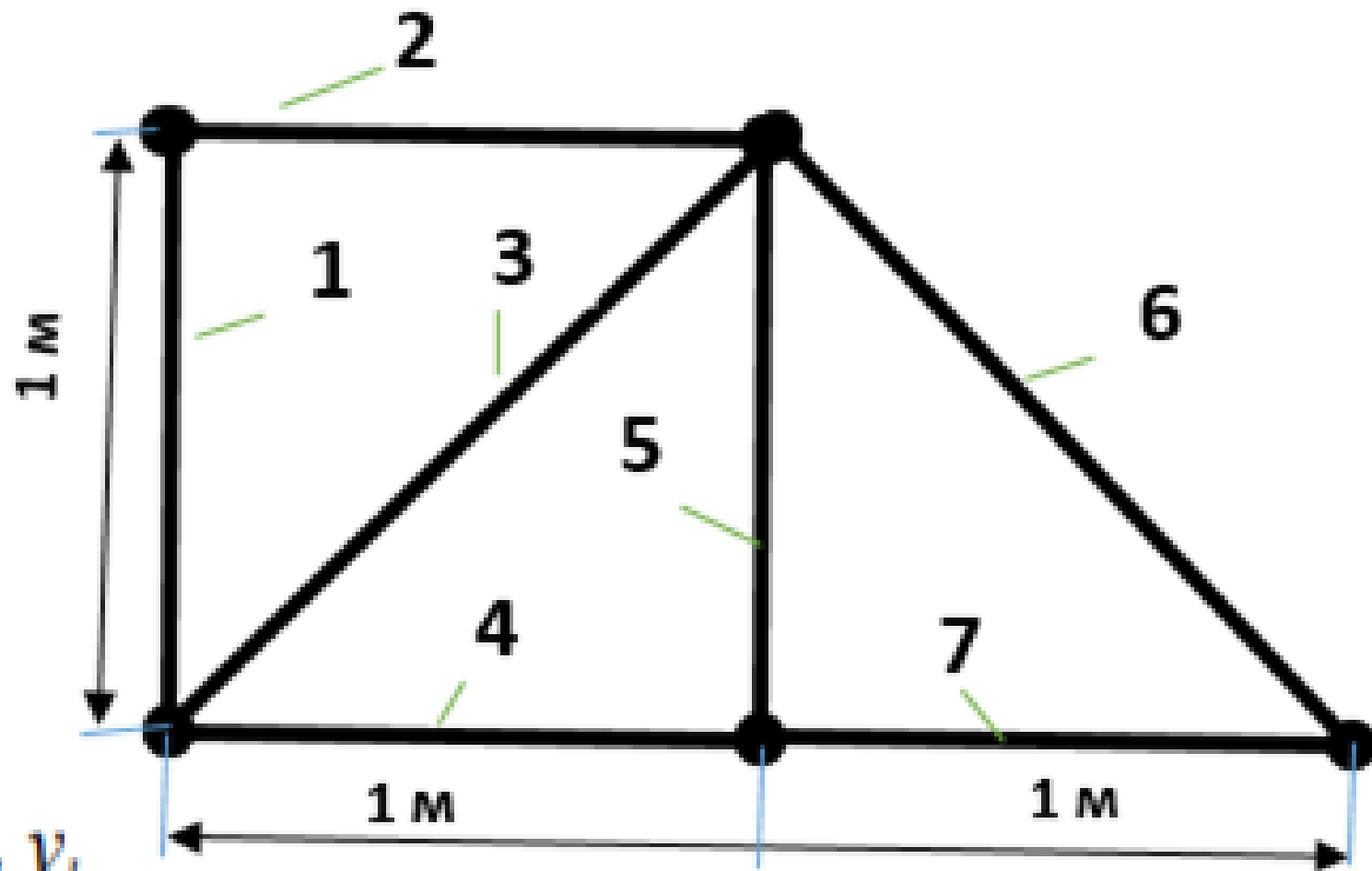
2. Кроквяні ферми (рис. б), використовуються як каркаси для підтримування покриття будинків і інших споруд.

3. Кранові ферми (рис. в). використовуються в підйомних механізмах.



Приклад

Знайти центр тяжіння
ферми, яка складається
з семи однорідних
стержнів



$$x_c = \frac{\sum_{k=1}^7 l_k x_k}{\sum_{k=1}^7 l_k};$$

$$y_c = \frac{\sum_{k=1}^7 l_k y_k}{\sum_{k=1}^7 l_k}.$$

$$x_c = \frac{\sum_{k=1}^7 l_k x_k}{\sum_{k=1}^7 l_k}; \quad y_c = \frac{\sum_{k=1}^7 l_k y_k}{\sum_{k=1}^7 l_k}.$$

Центр тяжіння

Щоб знайти центр тяжіння ферми, яка складається з семи однорідних стержнів, 1.визначаємо початок осей координат виберемо в точці О.

2.Визначаємо центр тяжіння кожного стержня відносно точки О.

3.Заповнюємо таблицю.

4.Виконуємо розрахунки за формулами

Складемо таку таблицю:

Стержень	l_k	x_k	y_k
1	1	0	0,5
2	1	0,5	1
3	1,41	0,5	0,5
4	1	0,5	0
5	1	1	0,5
6	1,41	1,5	0,5
7	1	1,5	0

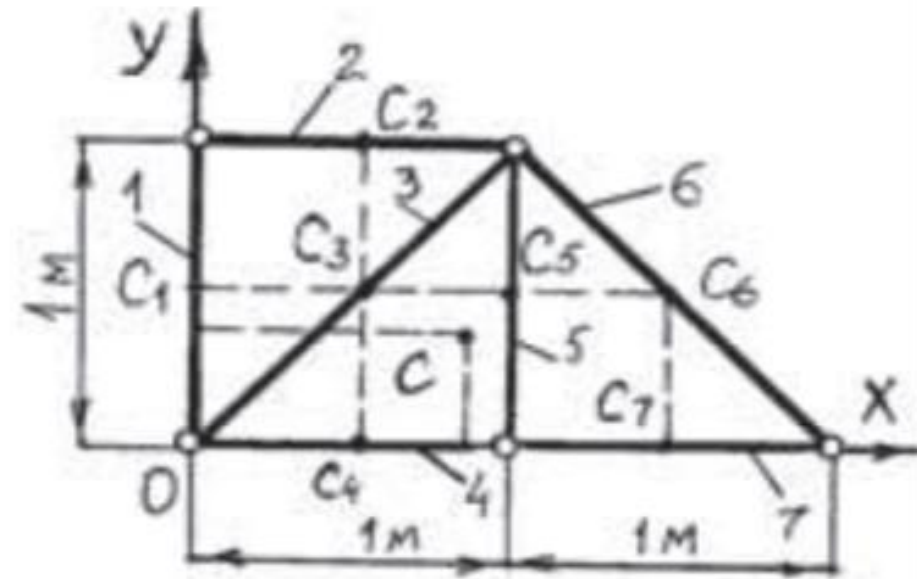


Рис. 6.16

$$x_c = \frac{1 \cdot 0 + 1 \cdot 0,5 + 1,41 \cdot 0,5 + 1 \cdot 0,5 + 1 \cdot 1 + 1,41 \cdot 1,5 + 1 \cdot 1,5}{1 + 1 + 1,41 + 1 + 1 + 1,41 + 1} = 0,81 \text{ (м)}$$

$$y_c = \frac{1 \cdot 0,5 + 1 \cdot 1 + 1,41 \cdot 0,5 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot 0,5 + 1,41 \cdot 0,5 + 1 \cdot 0}{7,82} = 0,44 \text{ (м)}$$

$$x_c = 0,81 \text{ (м)}, \quad y_c = 0,44 \text{ (м)}$$

Центр тяжіння

Розрахунок центра тяжіння ферм є невід'ємною частиною процесу проектування та аналізу таких конструкцій.

Точне визначення його положення дозволяє забезпечити безпечну експлуатацію ферм, оптимізувати їх геометрію та підвищити ефективність використання матеріалів.

Неправильний розрахунок може призвести до перенапруження окремих елементів ферми, зменшення її міцності та стійкості, а в деяких випадках - до руйнування конструкції.

Неточне визначення положення центра тяжіння може призвести до помилок при розрахунку реакцій опор, що, в свою чергу, може спричинити нерівномірний розподіл навантаження і перевантаження окремих елементів конструкції.

Основні методи визначення центра тяжіння ферм:

Графічний метод: Заснований на побудові силового багатокутника і визначенні точки перетину ліній дії сил ваги окремих елементів ферми.

Аналітичний метод: Використовується для складніших конструкцій і передбачає розрахунок координат центра тяжіння за формулами статки.

Експериментальний метод: Застосовується для перевірки результатів теоретичних розрахунків і полягає у визначенні центра ваги фізичної моделі ферми.

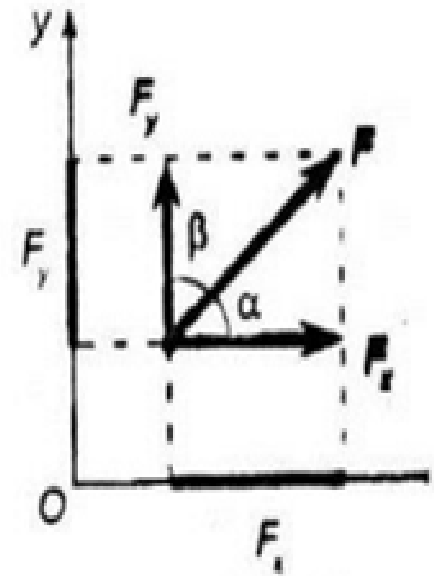
Розрахунки ферми методами статичи твєрдого тіла

1. Визначити реакції опор ферми.

Проекції сил на осі x і y знаходять у вигляді:

$$F_x = F \cos \alpha$$

$$F_y = F \cos \beta$$

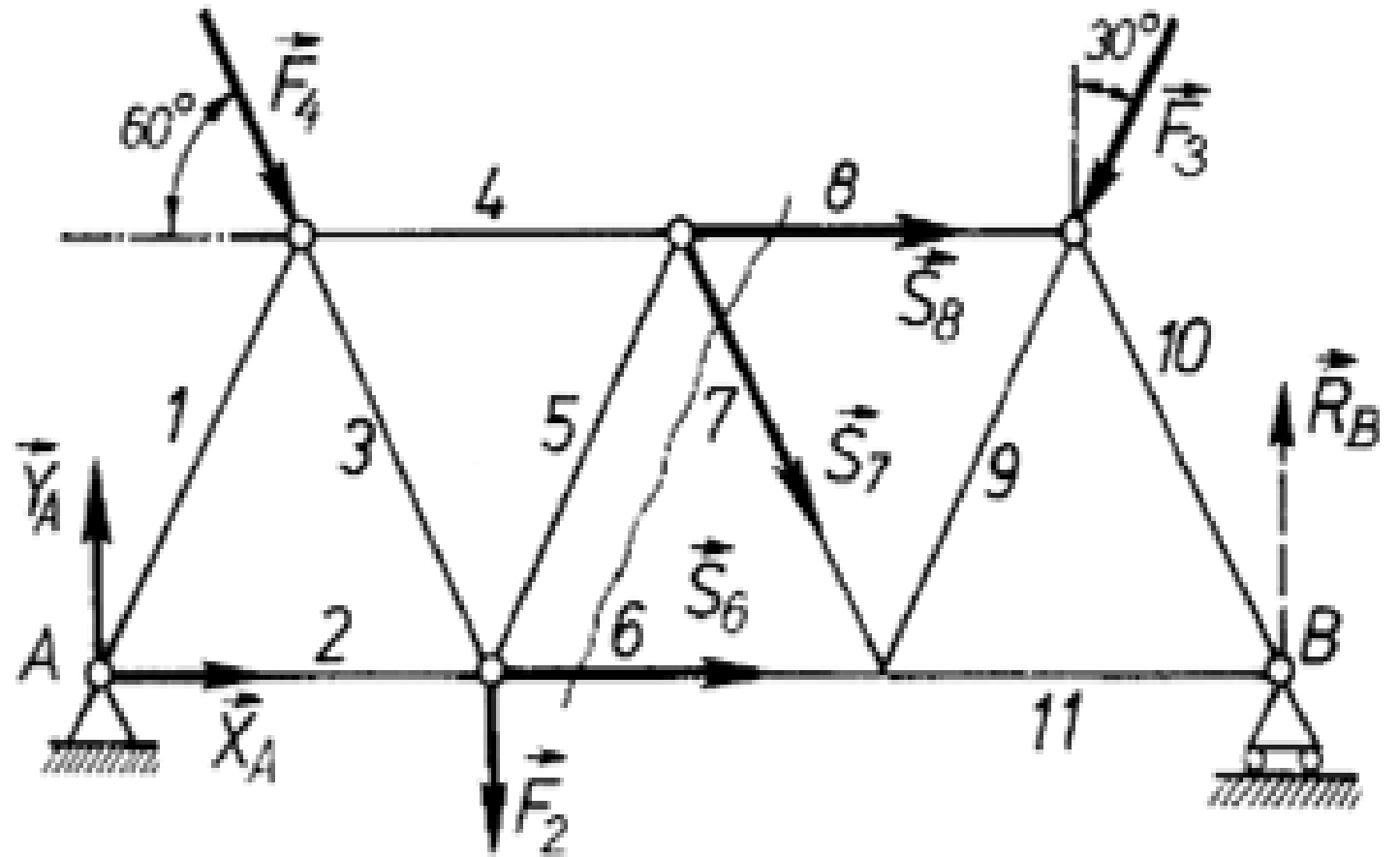


2. Визначити зусилля в усіх стрижнях ферми.

Якщо конструкція ферми така, що з неї не можна зняти ні одного стрижня, не позбавивши її геометрич-но незмінної конструкції, то така ферми називається фермою без зайвих стрижнів.

Визначення реакцій опор ферми

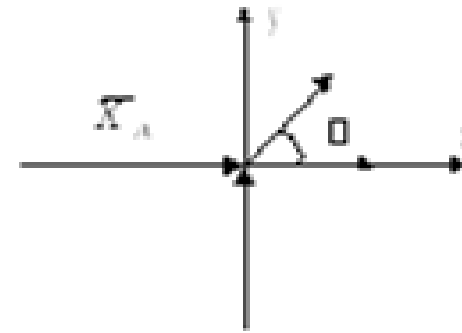
При розв'язуванні задачі по визначенню реакцій опор, розглядають ферму як тверде тіло, що перебуває в рівновазі під дією навантажень, які діють на неї, та реакцій опор.



Визначення зусиль в усіх стержнях ферми

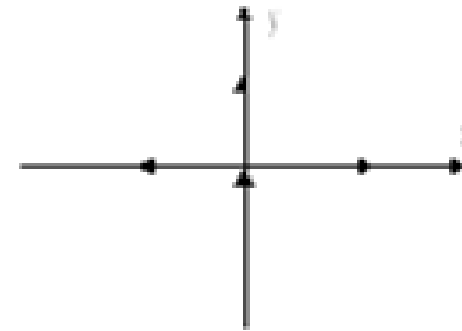
Розв'язування задачі по визначенню зусиль в усіх стержнях ферми базується на положенні: якщо якась конструкція, в нашому випадку ферма, перебуває в рівновазі, то кожний її елемент (стрижень, вузол, частина ферми) також знаходиться в рівновазі.

Це дає змогу задачу на визначення зусиль в стержнях ферми розв'язувати двома способами: способом вирізання вузлів і способом перерізів ферми (спосіб Ріттера).

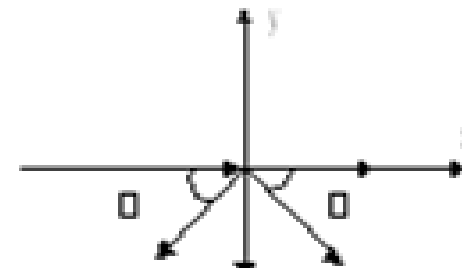


$$\sum X_i = X_A + S_8 + S_1 \cos \gamma = 0$$
$$\sum Y_i = Y_A + S_1 \sin \gamma = 0.$$

Звідки одержуємо



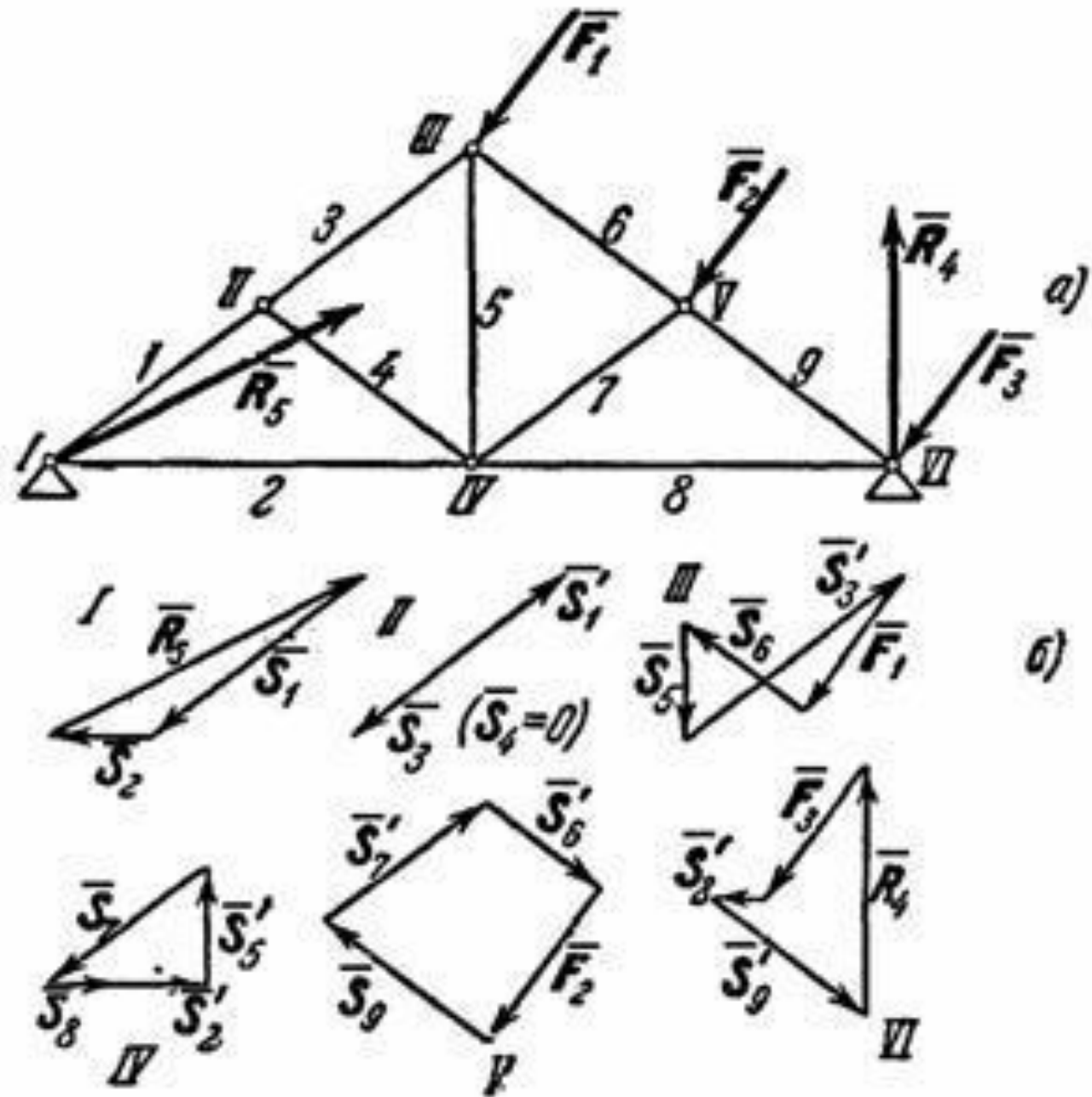
$$S_1 = -Y_A / \sin \gamma,$$
$$S_8 = -X_A - S_1 \cos \gamma.$$



$$\sum X_i = -S_8 + S_7 = 0;$$
$$\sum Y_i = S_9 = 0;$$

Спосіб Ріттера

Спосіб полягає в тому, що послідовно вирізається кожний вузол ферми і розглядається його рівновага під дією прикладених до нього навантажень, що діють на ферму, та зусиль розрізаних стрижнів. $\sum_{i=1}^n X_i = 0$, $\sum_{i=1}^n Y_i = 0$ €



- **Рівновага тіл:** Статика вивчає умови рівноваги тіл під дією сил. Саме ці умови рівноваги ми використовуємо, коли розраховуємо внутрішні сили в елементах конструкції (згинальні моменти, поперечні сили).
- **Метод перерізів:** Метод перерізів, який широко використовується в розрахунках на міцність, також є одним з основних методів статки. Він дозволяє визначити внутрішні сили в довільному перерізі балки або ферми.
- **Системи сил:** Розуміння різних систем сил (зосереджені сили, розподілені навантаження, моменти сил) є необхідним для правильного формулювання задачі і побудови розрахункової схеми.

Отже, хоча детальні розрахунки на міцність (напруження, деформації) проводяться в курсі "Опір матеріалів", саме знання статки дає нам інструменти для:

- **Постановки задачі:** Визначення зовнішніх і внутрішніх сил, побудова розрахункової схеми.
- **Вибору методу розрахунку:** Вибір відповідного методу розрахунку (метод перерізів, метод сил тощо).
- **Інтерпретації результатів:** Аналіз отриманих результатів і перевірка міцності конструкції.

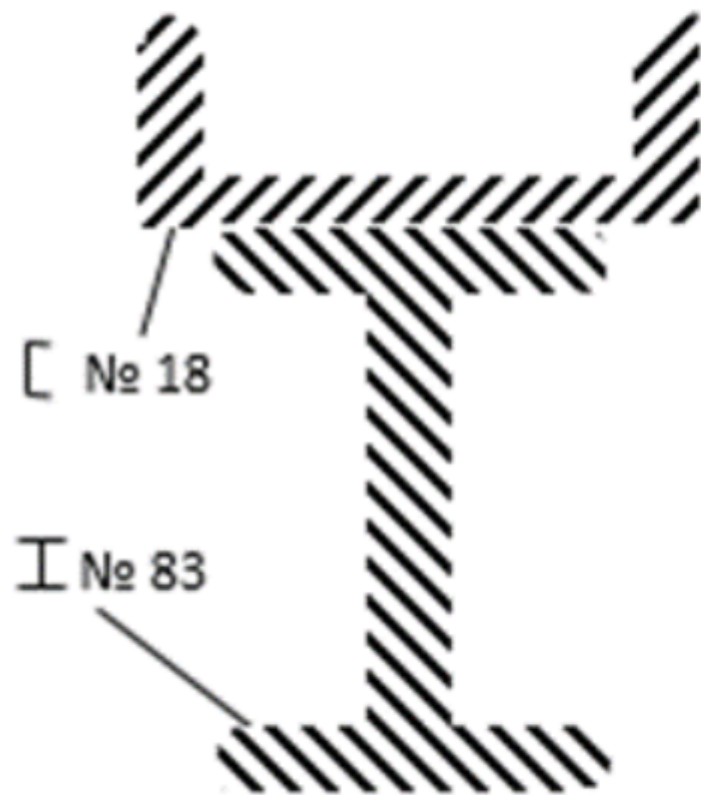
Можливі завдання зі статки для оцінки міцності:

- **Розрахунок балок:** Розрахунок балок на згин, розтяг-стиск, зріз під дією різних типів навантажень.
- **Розрахунок ферм:** Розрахунок плоских і просторових ферм на визначення зусиль у стержнях.
- **Розрахунок рам:** Розрахунок рамних конструкцій на визначення внутрішніх сил.

Завдання

Дано:

За вихідними даними графічної схеми прокатних профелів та таблиці сортаменту визначити координати центру ваги всієї фігури - X_c , Y_c .



Двутавр №83

$$h_1 = 330 \text{ mm} = 33 \text{ cm}$$

$$b_1 = 140 \text{ mm} = 14 \text{ cm}$$

$$A_1 = 53,8 \text{ cm}^2$$

Швеллер № 18

$$h_2 = 180 \text{ mm} = 18 \text{ cm}$$

$$b_2 = 70 \text{ mm} = 7 \text{ cm}$$

$$A_2 = 20,7 \text{ cm}^2$$

$$Z_{02} = 1,94 \text{ cm}$$

Знайти: координати центра ваги фігури X_c -. Y_c -?